**Introdução à Probabilidade e Estatística I  
Exercícios para revisão e autoteste**“Probabilidade – Um curso moderno com aplicações”; Sheldon Ross

**VARIÁVEL ALEATÓRIA  
  
1.** Duas bolas são escolhidas aleatoriamente de uma urna que contém 8 bolas brancas, 4 pretas e 2 laranjas. Suponha que ganhemos R$ 2,00 para cada bola preta selecionada e percamos R$ 1,00 para cada bola branca selecionada. Suponha que X represente nossas vitórias. Quais são os valores possíveis de X e quais são as probabilidades associadas a cada valor?  
  
**2.** Dois dados honestos são rolados. Seja X igual ao produto dos dois dados. Calcule P(X=i), para i=1,2,...,36.  
  
**3.** Suponha que X represente a diferença entre o número de caras e coroas obtidas quanto uma moeda é jogada n vezes.  
a) Quais os possíveis valores de X?  
b) Para n=3, se a moeda é honesta, quais são as probabilidades associadas aos valores que X pode assumir?  
  
**4.** Suponha que um dado seja rolado duas vezes. Quais são os possíveis valores que as seguintes variáveis aleatórias podem assumir?  
a) o máximo valor que aparece nas duas vezes que o dado é jogado;  
b) o mínimo valor que aparece nas duas vezes que o dado é jogado;  
c) a soma das duas jogadas;  
d) o valor da primeira jogada menos o valor da segunda jogada.  
  
**5.** Se o dado do exercício anterior é honesto, calcule as probabilidades associadas às variáveis aleatórias das letras de (a) a (d).  
  
**6.** Cinco números distintos são aleatoriamente distribuídos entre jogadores numerados de 1 a 5. Sempre que dois jogadores comparam os seus números, aquele com o maior numero é declarado vencedor. Inicialmente, os jogadores 1 e 2 comparam os seus números. O vencedor então compara o seu numero com aquele do jogador 3, e assim por diante. Suponha que X represente o numero de vezes em que o jogador 1 é o vencedor. Determine P(X=i), i=0,1,2,3,4.  
  
**7.** Suponha que dois times joguem uma série de partidas que termina quando um deles tiver ganhado *i* partidas. Suponha também que cada partida jogada seja, independentemente, vencida pelo time A com probabilidade *p*. Determine o número esperado de partidas jogadas quando  
a) i=2;  
b)i=3.  
c) Mostre que em ambos os casos este número é maximizado quando p=1/2.   
**8.** Suponha que a função distribuição de X seja dada por  
  
F(b)=   
  
a) Determine P(X=i),i=1,2,3.  
b) Determine P(1/2<X<3/2)  
  
**9.** Se a função distribuição de X é dada por  
  
F(b)=   
  
calcule a função de probabilidade de X.  
  
**10.** Um livro de jogos de azar recomenda a seguinte “estratégia de vitória” para o jogo de roleta: aposte R$1,00 no vermelho. Se der vermelho, o que tem probabilidade de 18/38 de ocorrer, pegue o lucro de R$1,00 e desista. Se o vermelho não aparecer e você perder a aposta, faça apostas adicionais de R$1,00 no vermelho em cada um dos próximos dois giros da roleta e então desista. Se X representa seu lucro quando você sai da mesa,  
a) determine P(X>0);  
b) você está convencido que de fato trata-se de uma “estratégia de vitória”? Explique.  
c) calcule E(X).  
  
**11.** Existem duas causas possíveis para a quebra de certa máquina. Verificar a primeira possibilidade custa C1 reais, e, se aquela tiver sido de fato causa de quebra, o problema pode ser reparado ao custo de R1, reais. Similarmente, existem os custos C2 e R2 associados à segunda probabilidade. Suponha que *p* e *1-p* representem, respectivamente, as probabilidades de que a quebra seja causada pela primeira e pela segunda possibilidade. Em quais condições de p, Ci,Ri, i=1,2, devemos verificar inicialmente a primeira causa possível de defeito e depois a segunda, em vez de inverter a ordem de verificação, de forma a minimizarmos o custo envolvido na manutenção da maquina?  
  
**12.** Você tem R$1.000,00 e certa mercadoria é vendida atualmente por R$2,00 o quilo. Suponha que uma semana depois a mercadoria passe a ser vendida por R$1,00 ou R$4,00 o quilo, com essas duas possibilidades sendo igualmente prováveis.  
a) Se o seu objetivo é maximizar a quantidade esperada de dinheiro que você possuirá no final da semana, que estratégia você deve empregar?  
b) Se o seu objetivo é maximizar a quantidade esperada de mercadorias que você possuirá no final da semana, que estratégia você deve empregar?  
  
**13.** Um jornaleiro compra jornais por 10 centavos e vende por 15 centavos. Entretanto, ele não pode retornar os jornais que não tiver vendido. Se sua demanda diária for uma variável aleatória binomial com n=10, p=1/3, aproximadamente quantos jornais ele deve comprar de forma a maximizar seu lucro esperado?  
  
**14.** Uma caixa contém 5 bolas de gude vermelhas e 5 azuis. Duas bolas de gude são retiradas aleatoriamente. Se elas tiverem a mesma cor, você ganha R$1,10; se elas tiverem cor diferente, você perde R$1,00. Calcule:  
a) o valor esperado da quantia que você ganha;  
b) a variância da quantia que você ganha.  
  
**15.** Se E(X)=1 e Var(X)=5, determine  
a) E(2+ X2),  
b) Var(4+ 3X).  
  
**16.** Uma bola é sorteada de uma urna que contém 3 bolas brancas e 3 bolas pretas. Após o seu sorteio, ela é recolocada na urna e então outra bola é sorteada. Esse processo segue indefinidamente. Qual é a probabilidade de que, das 4 primeiras bolas sorteadas, exatamente 2 sejam brancas?  
  
**17.** Suponha que, durante o voo, de forma independente, os motores de um avião tenham probabilidade 1-p de falharem. Se um avião precisa de maioria de seus motores operando para completar um voo de forma bem-sucedida, para que valores de p um avião com 5 motores é preferível em relação a um avião de 3 motores?  
  
**18.** O número médio mensal de acidentes aéreos envolvendo aviões comerciais em todo o mundo é igual a 3,5. Qual a probabilidade de que:  
a) ocorram pelo menos 2 acidentes desse tipo no próximo mês?  
b) ocorra no máximo 1 acidente no próximo mês?  
  
**19.** Certa agência de digitação emprega dois digitadores. O número médio de erros por artigo é de 3 quando esse é digitado pelo primeiro, e de 4,2 quando digitado pelo segundo. Se o seu artigo tem a mesma probabilidade de ser digitado por qualquer um dos dois digitadores, obtenha uma aproximação para a probabilidade de que ele não tenha erros.  
  
**20.** Quantas pessoas são necessárias para que a probabilidade de que pelo menos uma delas faça aniversário no mesmo dia que você seja maior que ½?  
  
  
  
**21.** Pessoas entram em um cassino a uma taxa de 1 a cada 2 minutos.  
a) Qual a probabilidade de que ninguém entre das 12:00 a 12:05?  
b) Qual a probabilidade de que pelo menos 4 pessoas entrem no cassino durante esse tempo?  
  
**22.** Uma moeda honesta é jogada continuamente até que dê cara pela décima vez. Seja X o número de coroas que aparecem, calcule a função de probabilidade de X.  
  
**23.** Uma urna contém 4 bolas brancas e 4 bolas pretas. Escolhemos aleatoriamente 4 bolas. Se 2 delas são brancas e 2 são pretas, paramos. Do contrário, colocamos de volta as bolas na urna e novamente selecionamos 4 bolas de forma aleatória. Isso continua até que 2 das 4 bolas sejam brancas. Qual é a probabilidade de que façamos exatamente *n* seleções?  
  
**SOLUÇÕES**

1. P(X=4)= 6/91; P(X=2)=8/91;P(X=1)=32/91;P(X=0)=1/91;P(X=-1)=16/91, P(X=-2)=28/91.

3. a) n-2i, i=0,1,…,n.  
 b) P(X=3)=1/8, P(X=1)=3/8, P(X=-1)=3/8, P(X=-3)= 1/8.

5. a) p(1)=1/36, p(2)=3/36, p(3)=5/36, p(4)=7/36, p(5)=9/36, p(6)=11/36  
 d) p(0)=6/36,p(1)=5/36, p(2)=4/36, p(3)=3/36, p(4)=2/36, p(5)=1/36, p(-j)=p(j), j > 0.

6. P(X=0)= 1/2; P(X=1)= 1/6; P(X=2)= 1/12; P(X=3)= 1/20; P(X=4)= 1/5.

10. a) 0,5918  
 b) Não, pois a vitória lhe dá $1, enquanto a derrota lhe custa $1 ou $3.

11. Se checar 1, depois 2, o custo esperado é C1 + (1-p)C2 + pR1 + (1-p)R2;  
se chegar 2, depois 1, tem o custo esperado C2 + pC1 + pR1 + (1-p)R2;  
assim, temos que a ordem 1,2 é melhor se:  
é C1 + (1-p)C2 < C2 + pC1, ou seja, C1 < C2.

12. a) Usar todo o dinheiro para comprar 500 medidas da mercadoria e vender após uma semana;  
 b) Não comprar imediatamente, mas usar o dinheiro para compra-la após uma semana.

14. a) E(X) = - 0,067  
 b) Var(X) = 1.089

15. a) 14  
 b) 45

16. (1/2)4= 3/8.

17. p ≥ ½.

18. a) 1 – 4,5e-3,5  
 b) 4,5e-3,5

19. e-3 + . e-4,2

20. 365.log(2) pessoas (usando distribuição de Poisson)

21. a) e-2,5  
 b) 1- e-2,5 -2,5 e-2,5 – (2,5²/2)e-2,5 – (2,53/3!) e-2,5